

Глава

7

Примери за изследователски оптимизационни задачи

Основна цел на тази глава е да провокира въображаемо участие на читателя в научна конференция. За да бъде по-приятно, избрано е подходящо място – Лас Вегас, а за да не е много отегчително – авторите са избрали само два доклада (нарочно с тяхно участие), посветени на решаването на изследователски оптимизационни задачи:

1. Cheshankov, B.I., P.A. Koev, S.B. Stoykov, S.D. Antonov, V.G. Vitliemov. Multicriteria Optimization of a Front Loader Linkage. Proceedings of the 13th International Conference on Systems Engineering, Las Vegas, Nevada, USA. Paper EE-65, 1999.¹⁾
2. Cheshankov, B., S. Tsonev, P. Koev, K. Prodanova, V. Vitliemov. Multi-criteria Optimization of Spur Gear Pairs in a Two-Speed Gearbox, Proceedings of the 15th International Conference on Systems Engineering, Las Vegas, Nevada, USA, Paper SII-50, 2002.

Направена е още една щадяща читателя стъпка. Отчетено е, че курсът по английски език за докторанти е предстоящ за тях, и затова по-долу са представени не оригиналите на публикациите, а техните български преводи. Разбира се, автентичният вид на докладите тук е наподобен частично.

Авторите се надяват, че предварителното запознаване с текста на докладите ще породви въпроси, дискусия и обсъждане, след като те бъдат изнесени отново пред тях. Нищо необичайно няма в тези намерения, защото за докторантите проучването на публикации в периодични издания и участието в научни конференции е неизбежно.

¹⁾ Електронен вариант на трудовете се притежава от библиотеката на РУ.

7.1. МНОГОКРИТЕРИАЛЕН СИНТЕЗ НА ЛОСТОВ МЕХАНИЗЪМ ЗА ЧЕЛЕН ТОВАРАЧ

*Б. И. Чешанков, Технически университет - София, България
П. А. Коев, С. Б. Стойков, С. Д. Антонов, В. Г. Витлиемов,
Русенски университет, България*

Резюме

Формулирана и решена е обобщена задача със сложна структура за оптимално многокритериално проектиране на деветзвене лостов механизъм като изпълнителна подсистема на челен товарач. Намерено е еднозначно компромисно решение, основано на концепцията за идеална точка в критериалната област.

Въведение

Челният товарач се използва при разнообразни товаро-разтоварни работи чрез монтиране към неговия лостов механизъм на различни работни органи. Товарачът представлява йерархически организирана механична система със сложна структура и процесът на проектирането му отразява тази структура. Въпреки, че лостовият механизъм е с добре структуриран механичен модел, задачата за оптималното му проектиране е трудна, защото към него се предявяват разнородни и силно противоречиви конструктивни, енергетични, екологични, ергономични и други изисквания.

В [1] е предложен подход за многокритериално проектиране на клас от лостови механизми за челни товарачи. Там е приведен пример за оптимизационен синтез по два критерия на конкретен деветзвене лостов механизъм, комплектован с работен орган кофа.

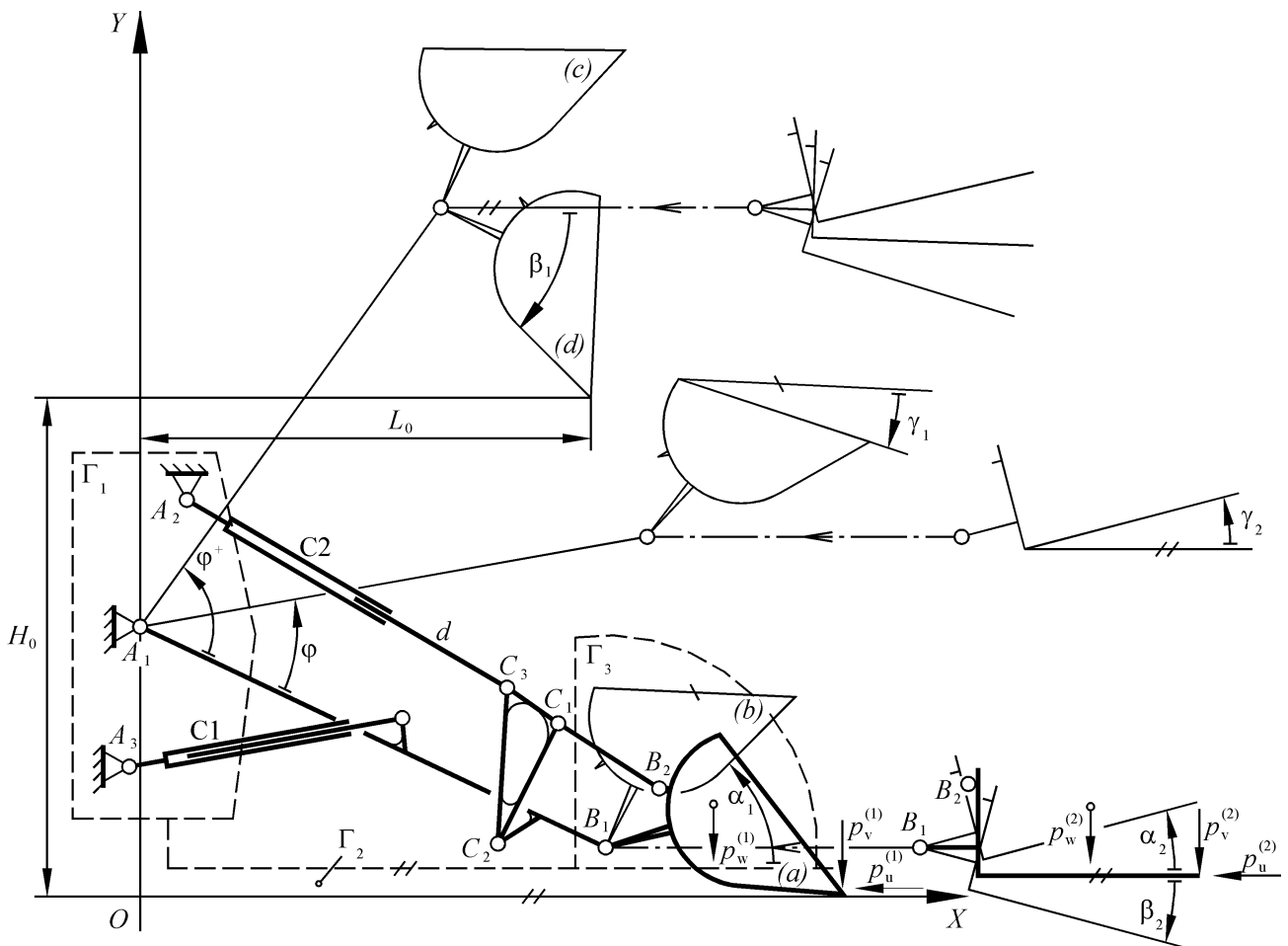
В настоящата разработка подходът от [1] се използва за оптимизационен синтез по три критерия на друг деветзвене лостов механизъм, комплектован с два работни органа.

Симулационен модел

Синтезираният лостов механизъм е изобразен на фиг.1. Стрелата A_1B_1 и работният орган се задвижват независимо от хидравличните цилиндри C_1 и C_2 .

Всяко положение на механизма с работен орган кофа е еднозначно определено с две обобщени координати, например с ъгъла на завъртане на стрелата $\varphi \in \Phi = [0, \varphi^+]$ и с дължината $d \in D_1 = [d^-, d^+]$ на цилиндъра C2. Граничните стойности на D_1 се определят от зависимостите $d^- = d(0, \alpha_1, y)$ и $d^+ = d(\varphi, \beta_1, y)$, където α_1 и β_1 са максималните стойности на ъглите на завъртане на кофата съответно при загребване и изсипване на материала, а y е векторът на геометричните параметри на механизма. Аналогично за вилица $d \in D_2 = [d^-, d^+]$, където $d^- = d(\varphi, \alpha_2, y)$ и $d^+ = d(\varphi, \beta_2, y)$.

Работният процес при работен орган кофа се състои от няколко етапа: връзване на кофата в положение (a), загребване на обработвания материал до положение (b) чрез задвижване от цилиндъра C2, повдигане до положение (c) с помощта на цилиндъра C1 при $d = d^-$, придвижване



Фиг. 1. Схема на лостовия механизъм с два работни органа

на челния товарач до транспортното средство и изсипване в него на загребания материал чрез завъртане на кофата до положение (d), при което $\varphi = \varphi^+$. Цикълът се затваря с връщане на челния товарач до обработвания материал и преместване на кофата в началното ѝ положение. Цикълът при работен орган вилица е аналогичен. В този случай етапът повдигане се осъществява при постоянна стойност $d = d^0 \in D_2$.

При построяването на симулационния модел на разглеждания лостов механизъм се приема, че звената му са безмасови твърди тела с идеални връзки. Предполага се, че външното натоварване на двата работни органа действа във вертикална равнина. То се имитира от три условни съсредоточени сили $p^{(i)}=(p_u^{(i)}, p_v^{(i)}, p_w^{(i)})$, $i=1, 2$, които действат в различни етапи на работния цикъл.

Всяко конкретно положение на лостовия механизъм е еднозначно определено от параметричния вектор $y=(w, x, u)$, съставен от задавани w , изчисляеми x и управляващи u геометрични параметри. При зададени стойности на векторите $p^{(i)}$ и u , симулационният модел генерира краен брой равновесни състояния на лостовия механизъм, за които се установява годността му и се пресмятат характеристиките на неговото качество.

При проектирането на лостов механизъм за челен товарач се поставят следните основни изисквания:

1. Механизмът трябва да съществува като затворена геометрична верига за всяко $\varphi \in \Phi$ и $d \in D := D_1 \cup D_2$, при което се осигурява завъртане на работните органи съответно на ъгли α_1, β_1 и α_2, β_2 , като $\alpha_1 > \alpha_2$ и $|\beta_1| > |\beta_2|$. Това изискване се описва с неравенства от вида $\min_{\varphi \in \Phi} \min_{d \in D} D_j^*(\varphi, d, y) > 0$, $j=1, 2, 3$, където D_j^* са дискриминанти на квадратни уравнения.

2. От съображения за минимално механично замърсяване с разсипан материал, при повдигане на работния орган е желателно той да се движи транслационно. Отклонението от това движение се контролира с ъглите γ_1 и γ_2 . Максималните стойности на тези ъгли

$$F_1(u) = \max_{\varphi \in \Phi} |\gamma_1(\varphi, d^-, y)| \leq F_1^+, \quad (1)$$

$$F_2(u) = \max_{\varphi \in \Phi} |\gamma_2(\varphi, d^o, y)| \leq F_2^+, \quad (2)$$

служат за оценяване на синтезирания лостов механизъм в геометричен аспект. Тук F_1^+ и F_2^+ са зададени величини.

3. В положение (d) се изисква величините L_0 и H_0 да имат зададени стойности. Това се постига чрез удовлетворяване на нелинейно уравнение $\psi_1(L_0, H_0, y) = 0$. От него се определя една от компонентите на вектора x .

4. От съображение за лесно управляване на лостовия механизъм се изисква работният орган кофа от положение (d) да премине в (a) чрез задвижване само от цилиндъра C_1 . За удовлетворяване на това изискване по зададени положения (a) и (d) на кофата се извършва синтез на четиризвенната част $B_1 B_2 C_1 C_2$ от лостовия механизъм с помощта на известния подход на L. Burmester [2]. Така се определят още два от изчисляемите параметри на механизма, при което се гарантира геометрическа съвместимост на зададените положения. Върху тези параметри са наложени и ограничения във вид на неравенства за конструктивна приемливост. Кинематическата съвместимост, описана с неравенство, се проверява чрез анализ на синтезираната геометрична верига.

5. Неподвижните двоици на механизма трябва да се разполагат в областта Γ_1 .

6. За да функционира лостовият механизъм, трябва подвижните му двоици да не навлизат в нестационарните области Γ_1 , Γ_3 и в стационарната област Γ_2 . Изключение правят двоиците B_1 и B_2 в Γ_3 .

7. Икономически най-изгодно е минималната и максималната дължини на цилиндъра $C1$ да съответстват на граничните стойности на φ . Тогава е в сила трансцендентното уравнение $\psi_2(s, \Delta, y)=0$, където s е ходът на цилиндъра $C1$, а Δ - необходимото разстояние за конструктивно оформяне на закрепването му. Това уравнение се удовлетворява чрез определяне на един от параметрите на вектора x .

8. От енергоспестяващи съображения се изисква максималната стойност

$$F_3(u) = \max_i \max_v \max_{\varphi \in \Phi} \max_{d \in D} \{r_v(\varphi, d, y, p^{(i)})\} \leq F_3^+, \quad i=1, 2, \quad v \in [1:n_v] \quad (3)$$

на големините на силите r_v във всички n_v двоици на механизма да бъде ограничена и при двата работни органа.

9. Върху ъглите θ_k на предаване на движението в лостовия механизъм се въвеждат ограничения $\theta_k^+ - [\min_{\varphi \in \Phi} \min_{d \in D} \theta_k(\varphi, d, y)] \leq 0$, $k \in [1:n_k]$, където граничните стойности θ_k^+ зависят от режимите на работа и от вида на работния орган. Тези ъгли са свързани с големините на реакциите в двоиците на лостовия механизъм и част от тях се определят непосредствено. Това позволява на ниво "геометрия" в процеса на проектиране на механизма да се получи частична косвена информация за натоварването на двоиците и да се отхвърлят неперспективни в динамичен аспект проектни решения още на този начален етап.

Областта от всички допустими проектни варианти на лостовия механизъм се дефинира с множеството

$$U := \{u \in E^{11}: g(\tau, u, p) \leq 0, \quad u^- \leq u \leq u^+\}, \quad (4)$$

където $g(\cdot) \leq 0$ е обобщено означение на ограниченията от изискванията 1., 5., 6. и 9., а $\tau := \{\{\varphi_{\lambda j}\}, \{d_{\mu j}\}, \lambda \in [1:n_\varphi], \mu \in [1:n_d]\}$.

Качествата и ефективността на механизма се оценяват с векторен критерий $F(u) = (F_1(u), F_2(u), F_3(u))$. На всеки допустим вариант $u \in U$ съответства достижима точка от критериалната област

$$K := \{F(u) \in E^3: F(u) \leq F^+, \quad u \in U\}, \quad (5)$$

където $F^+ = (F_1^+, F_2^+, F_3^+)$.

Оптимизационна задача

Оптимизационната задача е

$$\text{opt}_{u \in U} F(u), \quad (6)$$

където “opt” означава едновременно минимизиране на компонентите на векторния критерий. Решаването на тази задача е свързано с определяне множеството P на Pareto-оптималните решения [3]. За получаване на единствено решение е приета компромисна схема за скаларизиране на векторния критерий, основаваща се на концепцията за “идеална” точка в критериалната област K . Обобщеният критерий има вида [3]

$$f^S(u) = \|f(u)\| \equiv \|(F(u) - z^*) / (z^{**} - z^*)\|, \quad (7)$$

където: $z^* = \inf_{u \in U} F(u)$ е идеалната точка, съответстваща на безкомпромисните глобални оптимуми на частните критерии; $z^{**} \equiv F^+$ – отрицателната идеална точка в K ; $f^S(u)$ – мярката за близост на точка $z \equiv F(u)$ от множеството K до идеалната точка z^* .

Изчислителна технология

Задачата (6) е решена с оптимизационния подход от [1]. В него се използват две универсални процедури: PSI [4] – за квази-равномерно изследване на многомерна параметрична област и GOPS [5] – за пряка глобална параметрична оптимизация. Реализираният от тях алгоритъм съдържа следните обобщени стъпки:

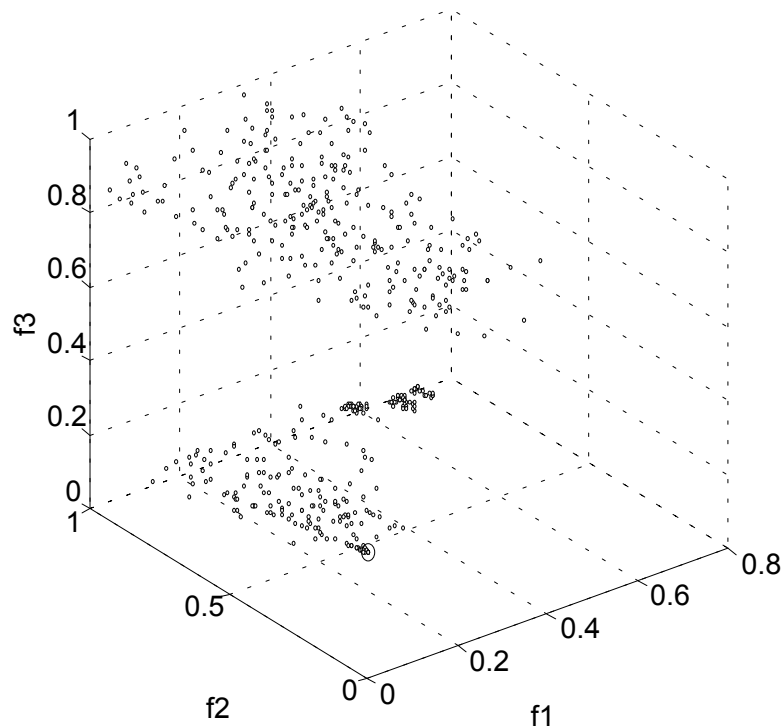
- S1. (PSI) Изследване на достижимата област K чрез сондиране с N квази-равномерно разпределени Соболъ’еви пробни точки на допустимата област U . Определяне компонентите на вектора F^+ .
- S2. (GOPS) Определяне на безкомпромисните глобални оптимуми z^* . Съставяне на обобщения критерий $f^S(u)$.
- S3. (PSI) Определяне на приблизително Pareto-оптимално множество P^0 и излъчване от него на начално приближение u^0 на търсеното компромисно решение $u^\#$ по критерия $f^S(u)$.
- S4. (GOPS) Решаване на задача $u^* = \arg \inf_{u \in U} f^S(u)$ и прецизиране на решението $u^0 \equiv u^*$.
- S5. (DM) Оценяване на достигнатия компромис и вземане на решение за прекратяване на оптимизационния процес ($u^\# \equiv u^0$) или продължаването му по друга компромисна схема.

Пример

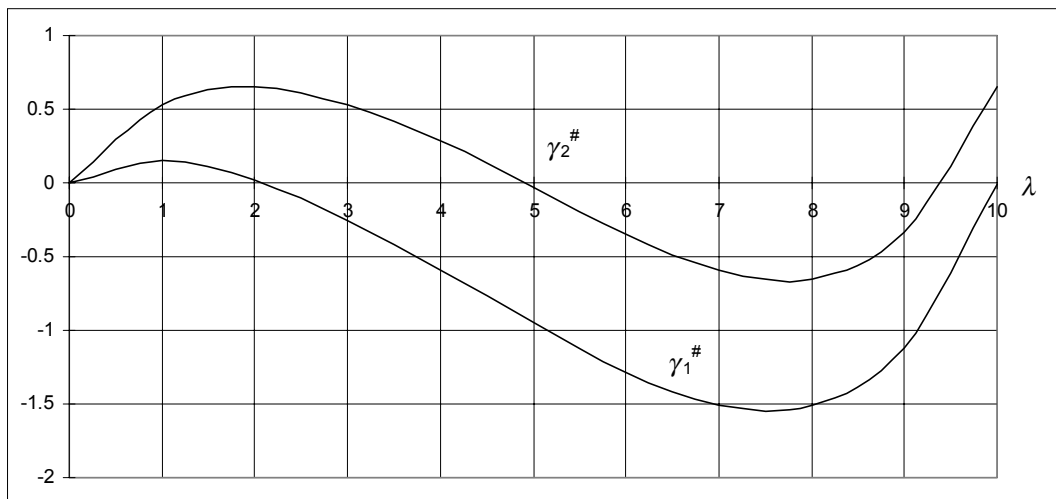
Зададени са следните стойности на входните величини: $L_0=2.9$ m, $H_0=3.2$ m, $\alpha_1=45^\circ$, $\beta_1=-45^\circ$, $\alpha_2=15^\circ$, $\beta_2=-15^\circ$, $L_a=1.172$ m, $H_a=0.95$ m, $L_b=1.0$ m, $H_b=0.7$ m (L_a , H_a , L_b и H_b са габаритни размери на кофата и вилицата). Натоварването за работен орган кофа е $p^{(1)}=(0, 1, 0.4)$, а за вилица – $p^{(2)}=(0, 0.4, 0.4)$. Силата $p_v^{(1)}$ действа само в етапа загребване,

$\rho_w^{(1)}$ – при всички етапи, $\rho_v^{(2)}$ – само при натоварване на вилцата, а $\rho_w^{(2)}$ при повдигане и разтоварване.

Приети са максимално допустими стойности $F^+ = (6, 1.5, 10)$ на критериите, където първите две са в градуси. Избрани са минимално допустими стойности в градуси $\theta^+ = (60, 35, 30, 15, 45, 30, 15)$ за ъглите на предаване на движението, като първите четири се отнасят съответно за етапите начало и край на загребване, повдигане и изсипване на работен орган кофа, а останалите – за етапите натоварване, повдигане и разтоварване на работен орган вилца.



Фиг. 2. Достижимо множество K и компромисно решение (o)



Фиг. 3. Графики на функциите $\gamma_1^{\#}(\lambda)$ и $\gamma_2^{\#}(\lambda)$

Числените експерименти са проведени за $n_\varphi=11$, $n_d=11$, $N=2^9$. Полученото достижимо множество K е показано на фиг. 2. То е съставено от несвързани подмножества с много малки обеми. Тази характерна особеност на изследваната оптимизационна задача е основна предпоставка за нейната повишена трудност.

Идеалната точка в областта K е $z^*=(0.1220, 0.1303, 4.5856)$, а намереното еднозначно компромисно решение е $F(u^\#)=(1.5153, 0.6498, 4.9143)$. Точката $f(u^\#)=(f_1(u^\#), f_2(u^\#), f_3(u^\#))$ е означена на фиг. 2 със символа “о”. За това решение на фиг. 3 е показано изменението на функциите $\gamma_1^\#=\gamma_1(\varphi_\lambda, u^\#)$ и $\gamma_2^\#=\gamma_2(\varphi_\lambda, u^\#)$, $\lambda \in [0:10]$, с помощта на които се дефинират частните критерии (1) и (2).

Литература

1. Cheshankov, B. I., P. A. Koev, V. G. Vitliemov (1998), “Optimal Design of a Class of Mechanisms Used in Hoists”, Proceedings of the 13th International Conference on Systems Science, September 15-18, Wroclaw, Poland, Vol. 3, pp. 206-211.
2. Luk, K. (1994), “Computer-Aided Mechanism Synthesis Based on the Burmester Theory”, Mechanisms and Machine Theory, Vol. 29, No. 6, pp. 877-886.
3. Miettinen, K. (1994), On the Methodology of Multiobjective Optimization with Applications, University of Jyväskylä, Finland.
4. Statnikov, R., J. Matusov (1995), Multicriteria Optimization and Engineering, Chapman and Hall, New York.
5. Vitliemov, V.G. (1998), GOPS: A Computer Program for Global Optimization of Parametric Systems, Research Report TH 452-94-98, University of Rouse, 30 pp.

7.2. МНОГОКРИТЕРИАЛНА ОПТИМИЗАЦИЯ НА ЗЪБНИТЕ ПРЕДАВКИ В ДВУСТЕПЕННА СКОРОСТНА КУТИЯ

Божидар Чешанков, Технически университет – София, България

Стоян Цонев, Русенски университет, Русе, България

Петър Коев, Русенски университет, Русе, България

Красимира Проданова, Технически университет – София, България

Венко Витлиемов, Русенски университет, Русе, България

Резюме

Предложен е подход за оптимално проектиране на зъбните предавки от едностъпална двустепенна скоростна кутия в геометричен, якостен и косвен икономически аспект при отчитане на изискването за еднакъв жизнен цикъл на всички зъбни колела. Формулираната многокритериална задача е декомпозирана на три еднотипни по-прости задачи на нелинейното многоцелево оптимизиране с критериални ограничения. За тяхното решаване е предложена ефективна изчислителна технология, основана на пряк метод и адаптивна компромисна схема за определяне на еднозначно глобално Pareto-оптимално решение. Разгледан е конкретен пример.

1. Въведение

Скоростните кутии, съставени от зъбни предавки с външно зацепване и еволвентни профили, намират широко приложение в техниката. Тяхното оптимално проектиране обаче продължава да бъде сложна и трудна инженерна задача, независимо от многобройните изследвания на различни нейни аспекти. Успешното ѝ решаване изисква прилагането на системен подход [7]. Все по-често от рутинна, тази задача се превръща в изследователска многокритериална оптимизационна задача с висока степен на начална компромисна неопределеност [1, 2, 4, 6]. Основна причина за това е непрекъснатият стремеж за повишаване съвършенството на зъбните предавки при удовлетворяване на разнообразни и противоречиви изисквания [1, 4, 6].

Актуален и все още малко изучен проблем при оптималното проектиране на скоростни кутии е постигането на еднакъв жизнен цикъл на

всички зъбни колела. Това е предпоставка за неговото изследване върху сравнително прост вариант на скоростна кутия.

Цел на настоящата разработка е формулиране, решаване и изследване на моделна задача за многокритериална оптимизация на зъбните колела в едностъпална двустепенна скоростна кутия (фиг. 1). Тази задача се изучава при максимален възможен брой управляеми параметри и оценъчна система, разширена с критерии за еднакъв жизнен цикъл на всички зъбни колела. Предварителният анализ на оптимизационната задача показва, че ако якостните свойства на материалите на колелата не са предписани, принципно е възможно и целесъобразно тя да се декомпозира на три относително независими по-прости еднотипни екстремални задачи на нелинейното многоцелево оптимизиране с критериални ограничения.

В първите две задачи се определят геометрията и минималните якостни характеристики на колелата на всяка предавка при удовлетворяване на всички основни геометрични и кинематични изисквания. Третата оптимизационна задача се отнася за двете предавки и цели изравняване на жизнените цикли на всички зъбни колела в якостен аспект.

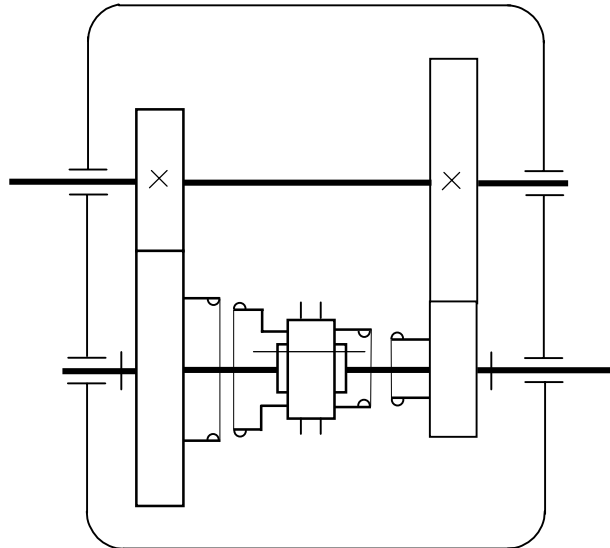
Формулираните екстремални задачи са решени с изчислителна процедура, основана на квази'Monte Carlo метод [3], която определя еднозначно глобално Pareto-оптимално компромисно решение. Скаларизирането на векторния критерий е осъществено по нелинейна компромисна стратегия с адаптивни свойства [9]. Приведен е конкретен пример, който илюстрира предложения подход за оптимално проектиране на предавките в скоростна кутия.

2. Симулационен модел

В скоростните кутии на металорежещи машини и някои транспортни средства се използват обикновени цилиндрични зъбни предавки. В тази разработка обект на разглеждане са само зъбните колела на едностъпална двустепенна скоростна кутия (фиг. 1), като еластичността на валовете, опорите и кутията, възникващите сили на триене и неточностите при изработване на колелата се пренебрегват.

При проектирането на зъбни механизми от разглеждания вид е типичен случаят, когато трябва едновременно да се удовлетворят следните основни изисквания:

- При зададена входяща честота на въртене n , механизмът да предава мощност P .
- Междуосовото разстояние a_w на едностъпалната скоростна кутия да има зададена стойност a_0 .
- Да се осъществи възможно най-близко предавателно число u_i до зададеното u_{0i} за всяка отделна степен $i \in I := \{1, 2\}$.



Фиг. 1. Схема на едностъпална двустепенна скоростна кутия

2.1. Параметри на модела

Когато зъбните колела на всяка предавка от проектираната скоростна кутия се нарязват с еднакъв инструмент, те имат еднакви стойности на параметрите: m_i – модул на предавката; α_i – профилен ъгъл на изходния контур; h_i^* – коефициент на височина на главата на зъба; c_i^* – коефициент на радиалната хлабина.

За еднозначното определяне на геометрията на колелата трябва да се зададат коефициентите на изместване на изходния контур x_{1i} и x_{2i} , броят на зъбите z_{1i} и z_{2i} и коефициентът ψ_i на широчината им. Геометричните параметри на всеки от двата зъбни механизма обединяваме съответно във вектор $p_i := (m_i, \alpha_i, h_i^*, c_i^*, x_{1i}, x_{2i}, z_{1i}, z_{2i}, \psi_i)$, $i \in I$. Множествата от допустими стойности на променливите z_{1i} и z_{2i} са цели числа.

Приемаме, че материалите на зъбните колела и термичната им обработка не са предварително избрани. В процеса на решаването на многокритериална задача могат да се определят материали с хипотетични свойства: допустими нормални напрежения σ_{F1i}^+ и σ_{F2i}^+ ; допустими напрежения на контактна умора σ_{H1i}^+ и σ_{H2i}^+ , $i \in I$. Целесъобразно е тези стойности да се използват за определяне на граничните напрежения на хипотетични материали на колелата, а те да служат като идеални цели в оптимизационни задачи за избор на конкретни материали и режими на термообработка. Посочените характеристики на всяка от степените, групирани във вектора $h := (h_1, h_2)$, където $h_1 := (\sigma_{F11}^+, \sigma_{H11}^+, \sigma_{F21}^+, \sigma_{H21}^+)$ и $h_2 := (\sigma_{F12}^+, \sigma_{H12}^+, \sigma_{F22}^+, \sigma_{H22}^+)$ са якостните параметри на проектирания обект.

От изискванията за реализиране на зададените стойности a_0 и u_{0i} произтичат ограниченията

$$a_w(p_i) - a_0 = 0, \quad (1)$$

$$u_i - u_{0i} = 0, \quad (2)$$

където: $u_i \equiv z_{2i}/z_{1i}$, $i \in I$.

С цел постигане на по-голяма общност при удовлетворяването на посочените до тук изисквания е използвана следната последователност от изчисления. От (1) и (2), при фиксирана стойност на m_i , се определя броят на зъбите z_{1i} и z_{2i} на колелата. След закръгляне към най-близките съседни цели числа и избиране на най-добрия от четирите възможни варианта по отношение на отклонението на u_i от u_{0i} , се изчислява някой от коефициентите на изместване, например x_{2i} . По този начин се определят еднозначно всички изчисляеми параметри $w_i := (x_{2i}, z_{1i}, z_{2i})$ на зъбната предавка от всяка степен. Останалите компоненти на вектора p_i означаваме с $q_i := (m_i, \alpha_i, h_i^*, c_i^*, x_{1i}, \psi_i)$. Съвкупността от елементите на векторите $q := (q_1, q_2)$ и h образуват управляващия параметричен вектор $y := (q, h)$ на оптимизационния модел.

2.2. Ограничения

За да може да се предава непрекъснато движение от едното на другото колело, трябва да се спази изискването за тяхното незаклинване. В общия случай то има вида

$$g_{1ij} \equiv d_{ij}(q_i) - d_{ij}^+(q_i) \leq 0, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad (3)$$

където $j \in J := \{1, 2\}$ е поредният номер на колело от съответната степен на скоростната кутия, $d_{ij}(q_i)$ са диаметрите на върховете окръжности на колелата, а $d_{ij}^+(q_i)$ – съответните им допустими стойности.

Якостта на зъбите във върховата им част се гарантира от ограничението за дебелината на зъбите по върховете окръжности

$$g_{2ij} \equiv s_{ij}(q_i) - m_i s_0 \geq 0, \quad i \in I, \quad j \in J, \quad (4)$$

където s_0 е величина, зададена в съответствие с използвания стандарт.

Движението от едното на другото колело се предава безударно, ако

$$g_{3i} \equiv \varepsilon_{\alpha i}(q_i) - \varepsilon_{\alpha 0} \geq 0, \quad i \in I, \quad (5)$$

където $\varepsilon_{\alpha i}$ е коефициентът на припокриване на съответната предавка, а $\varepsilon_{\alpha 0} \geq 1$ – негова минимална допустима стойност.

Изискването за достатъчна контактна здравина на зъбните профили се представя във вида

$$g_{4i} \equiv \sigma_{ni}^*(T_i, q_i) - \sigma_{ni}^+ \leq 0, \quad i \in I, \quad (6)$$

където: $\sigma_{ni}^* := \max_{\varphi \in \Phi_i} \sigma_{ni}(T_i, \varphi, q_i)$ е максималната стойност на възникналите контактни напрежения; φ_i – ъгловата координата на всяка степен от интервала $\Phi_i := [\varphi_{1i}, \varphi_{2i}]$, в който е зацепена една зъбна двойка; T_i – възникващото натоварване в съответната зъбна предавка, което се определя алгоритмично като функция на параметрите P , n , z_{1i} , m_i и α_i .

Върху нормалните напрежения на натиск и огъване в застрашените сечения на зацепените зъби се налагат аналогични на (6) изисквания

$$g_{5i} \equiv \sigma_{Fij}(T_i, q_i) - \sigma_{Fij}^+ \leq 0, \quad i \in I, \quad j \in J. \quad (7)$$

Ограниченията (3)-(7) означаваме обобщено с неравенствата $G(y) \leq 0$. Тогава допустимата параметрична област на проектираната скоростна кутия се описва формално с множеството

$$Y := \{y \in E^{20}: G(y) \leq 0, \quad y^- \leq y \leq y^+\} \quad (8)$$

където y^- и y^+ са зададени гранични стойности.

2.3. Критерии за качество

За оценяване съвършенството на проектираните зъбни предавки на двустепенната скоростна кутия в геометричен, кинематичен и якостен аспект са избрани двадесет и шест критерия.

Като оценка за отклонението на предавателното число u_i от желаната му стойност u_{0i} е приет критерият

$$F_{1i}(q_i) := |1 - u_i / u_{0i}|, \quad i \in I. \quad (9)$$

Енергийните загуби в механизмите в геометричен аспект се оценяват с големините на ъглите на предаване на силата, които в разглежданите предавки съвпадат с ъглите на зацепване

$$F_{2i}(q_i) := \alpha_{wi}(q_i), \quad i \in I. \quad (10)$$

Зъбните профили на двойките колела на всяка степен се търкалят един по друг с приплъзване. Износването им може да се оцени косвено с помощта на индикаторите $k_{1i}(q_i) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} K_1(\varphi, q_i) d\varphi$ и $k_{2i}(q_i) = \int_{\varphi_1}^{\varphi_2} K_2(\varphi, q_i) d\varphi$ за относително плъзгане [4]. Нека зъбите от първото колело на всяка от предавките участват u_i пъти по-често в зацепване в сравнение с второто. Тогава минимизирането на критериите

$$F_{3i}(q_i) := k_{1i}(q_i), \quad i \in I, \quad (11)$$

$$F_{4i}(q_i) := |1 - u_i k_{1i}(q_i) / k_{2i}(q_i)|, \quad i \in I \quad (12)$$

осигурява минимално приплъзване на профилите, и доколкото е възможно, изравняване на износването на зъбите от съответната двойка колела.

Масата на заготовките на зъбните колела е мярка за количеството на изразходвания в тях материал

$$F_{5i}(q_i) := M_{1i}(q_i) + M_{2i}(q_i), \quad i \in I. \quad (13)$$

Показател за оценка на контактната якост на зъбните профили е критерият

$$F_{6i}(q_i) := \sigma_{Hi}^*(T_i, q_i), \quad i \in I. \quad (14)$$

Напрегнатото състояние на огъване и натиск в застрашените сечения на зацепените зъбни двойки се оценява с критериите

$$F_{7i}(q_i) := \sigma_{F1i}(T_i, q_i), \quad i \in I, \quad (15)$$

$$F_{8i}(q_i) := \sigma_{F2i}(T_i, q_i), \quad i \in I. \quad (16)$$

За всяка предавка близостта на “продължителността на живот” на колелата относно напрегнатостта на натиск и огъване се определя с критерия

$$F_{9i}(y_i) := 10^2 | 1 - [u_i \sigma_{F1i}(T_i, q_i) / \sigma_{F1i}^+] / [\sigma_{F2i}(T_i, q_i) / \sigma_{F2i}^+] |, \quad i \in I. \quad (17)$$

По аналогичен начин, за оценяване на напрегнатото състояние на контактна якост се използва критерият

$$F_{10i}(y_i) := 10^2 | 1 - u_i \sigma_{H2i}^+ / \sigma_{H1i}^+ |, \quad i \in I. \quad (18)$$

Пълноценното използване на ресурса на материала на всяко колело се оценява с близостта на напрегнатите състояния на огъване и контактна умора

$$F_{11i}(y_i) := 10^2 | 1 - [\sigma_{F1i}(T_i, q_i) / \sigma_{F1i}^+] / [\sigma_{Hi}^*(T_i, q_i) / \sigma_{H1i}^+] |, \quad i \in I, \quad (19)$$

$$F_{12i}(y_i) := 10^2 | 1 - [\sigma_{F2i}(T_i, q_i) / \sigma_{F2i}^+] / [\sigma_{Hi}^*(T_i, q_i) / \sigma_{H2i}^+] |, \quad i \in I. \quad (20)$$

Изравняването на “жизнения цикъл” на двете предавки спрямо възникващите напрежения на огъване и контактна умора се оценява с критерия

$$F_{13}(y) := 10^2 | 1 - \lambda_2 \rho_2(y_2) / [\lambda_1 \rho_1(y_1)] |, \quad (21)$$

където λ_1 и $\lambda_2 = 1 - \lambda_1$ са коефициенти на използване на предавките, а $\rho_i(y_i) = u_i [\sigma_{Hi}^*(T_i, q_i) / \sigma_{H1i}^+ + \sigma_{F1i}(T_i, q_i) / \sigma_{F1i}^+] + \sigma_{Hi}^*(T_i, q_i) / \sigma_{H2i}^+ + \sigma_{F2i}(T_i, q_i) / \sigma_{F2i}^+$, $i \in I$.

Допустимите стойности на напреженията на хипотетичните материали са свързани еднозначно с цената им. За да се постигне възможно по-ниско компромисно ниво за тази “цена” е въведена оценката

$$F_{14}(y) := \frac{10^2}{8} \sum_{l=1}^8 (h_l - h_l^-) / (h_l^+ - h_l^-), \quad (22)$$

където $h^- := (h_1^-, \dots, h_8^-)$ и $h^+ := (h_1^+, \dots, h_8^+)$ са зададени вектори.

Всички критерии (9)–(22) подлежат на минимизиране. Те образуват векторен критерий

$$F(y) := \{F_{vi}(q_i), v \in N, i \in I, F_{13}(y), F_{14}(y)\}, \quad (23)$$

където $N := \{1, 2, \dots, 12\}$.

Процедурата за оптимално проектиране може да се рационализира чрез въвеждане на критериални ограничения

$$F(y) \leq F^+, \quad (24)$$

където F^+ е зададен вектор с гранично допустими стойности на частните критерии. Тогава множеството от достижими стойности в критериалното пространство приема вида

$$K := \{F(y) \in E^{26}: F(y) \leq F^+, y \in Y_0 \subseteq Y\}, \quad (25)$$

където подмножеството Y_0 е прообраз на множеството K .

3. Оптимизационна задача

Задачата за оптимално проектиране на предавките от разглежданата скоростна кутия може да се представи най-общо във вида

$$\text{opt}_{y \in Y_0} F(y), \quad (26)$$

където операторът “opt” означава едновременно минимизиране на всички компоненти на векторния критерий $F(y)$, съгласно принципа на V. Pareto [5].

Решаването на задача (26) е свързано с построяване на множество $P^\#$ от Pareto-оптимални проектни варианти. Изборът на едно компромисно решение $(y^\#, F(y^\#)) \in P^\#$ от това множество изисква допълнителна евристична информация. Тя се съдържа в приетата компромисна схема за скаларизиране на векторния критерий [5, 9]. Така задача (26) може да се преобразува в

$$y^\# = \arg \inf_{y \in Y_0} f^S(y), \quad (27)$$

където $f^S(y)$ е скалярна функция на всички частни критерии, а операторът “inf” означава глобална Pareto-оптималност.

Тук ще използваме нелинейната компромисна схема на А.Н. Воронин [9]

$$f^S(y) = \sum_k F_k^+ [F_k^+ - F_k(y)]^{-1}, \quad (28)$$

която притежава адаптивни свойства към компромисните ситуации с различна “напрегнатост” $\eta_k = F_k^+ [F_k^+ - F_k(y)]^{-1}$, в зависимост от близостта на $F_k(y)$ до F_k^+ .

3.1. Декомпозиция на оптимизационната задача

В [4] е решена задача за оптимално проектиране само на една предавка при много близки до разгледаните по-горе изисквания. Нейното решаване се оказва трудно. Тук този проблем се усложнява допълнително от двойно по-големия брой на критериите, параметрите и ограниченията. Това е предпоставка за декомпозиране на задача (26). В разглеждания случай тя се заменя с три еднотипни екстремални задачи с по-малка размерност.

Проведените в [2] и [4] изследвания показват, че оптимизационният синтез на една зъбна предавка в геометричен и якостен аспект е относително самостоятелна многокритериална задача, която може да се реши без предварително да се задават материалите на колелата. Оптималните геометрични параметри $q^\# := (q_1^\#, q_2^\#)$ на зъбните колела от всяка степен се определят след решаването на две съответни на индекса $i \in I$ оптимизационни задачи

$$q_i^\# = \arg \operatorname{opt}_{q_i \in Q_i} F^{(1)}(q_i), \quad i \in I, \quad (29)$$

където: $F^{(1)}(q_i) := \{F_{vi}(q_i), v \in N_1, i \in I\}$; $N_1 := \{1, 2, \dots, 8\}$; $F^{(1)}(q_i) \in K^{(1)} := \{F^{(1)}(q_i) : F^{(1)}(q_i) \leq F^{(1)+}, q_i \in Q_{0i} \subseteq Q_i \cap Y\}$; $Q_i := \{q_i : g_{1ij}(\cdot) \leq 0, g_{2ij}(\cdot) \leq 0, g_{3i}(\cdot) \leq 0, i \in I, j \in J\}$.

Съответстващите на $q_i^\#$ от (14) - (16) стойности на напреженията $\sigma_{F1i}(T_i, q_i^\#)$, $\sigma_{F2i}(T_i, q_i^\#)$, $\sigma_{Hi^*}(T_i, q_i^\#)$ се разглеждат като известни величини в зависимостите (17)-(21). По този начин желанието за изравняване на жизнения цикъл на зъбните колела от всяка степен и за цялата скоростна кутия се свежда до решаването на независима оптимизационна задача

$$h^\# = \arg \operatorname{opt}_{h \in H} F^{(2)}(h), \quad (30)$$

където: $F^{(2)}(h) := \{F_{vi}(h), v \in N_2, i \in I, F_{13}(h), F_{14}(h)\}$; $N_2 := \{9, 10, \dots, 12\}$; $F^{(2)}(h) \in K^{(2)} := \{F^{(2)}(h) : F^{(2)}(h) \leq F^{(2)+}, h \in H_0 \subseteq H \cap Y\}$; $H := \{h : g_{4i}(\cdot) \leq 0, g_{5ij}(\cdot) \leq 0, i \in I, j \in J\}$. Критерият $F_{14}(h)$ се определя от (22) при $h^- := (\sigma_{F11}(q_1^\#), \sigma_{H1}(q_1^\#), \sigma_{F21}(q_1^\#), \sigma_{H1}(q_1^\#), \sigma_{F12}(q_2^\#), \sigma_{H2}(q_2^\#), \sigma_{F22}(q_2^\#), \sigma_{H2}(q_2^\#))$.

Последователното решаване на описаните три екстремални задачи, след преобразуването им в еднокритериални от вида (27)

$$q_i^\# = \arg \inf_{q_i \in Q_i} f^S(F_{vi}(q_i)), \quad v \in N_1, \quad i \in I, \quad (P1, P2)$$

$$h^\# = \arg \inf_{h \in H} f^S(F_{vi}(h), F_{13}(h), F_{14}(h)), \quad v \in N_2, \quad i \in I, \quad (P3)$$

определя търсения управляващ параметричен вектор $y^\# := (q^\#, h^\#)$.

4. Изчислителна процедура

В [3] е предложена оптимизационна процедура за приближено решаване на задачи от вида (26), която съчетава изследването на множествата Y_0 и K по квази'Monte Carlo метод [8] с определянето на еднозначно глобално Pareto-оптимално решение в рамките на подходящо избрана компромисна схема [9].

За да се оценят потенциалните възможности за усъвършенстване на зъбните предавки по всеки от частните критерии F_k , $k \in \{1, 2, \dots, 26\}$ е целесъобразно предварително да се определят безкомпромисните минимални F_k^* и максимални F_k^{**} стойности на критериите. Това намалява нивото на начална компромисна неопределеност и облекчава избора на

пределно допустими стойности F_k^+ на критериите от неформални съображения.

Изчислителната процедура за решаване на многокритериална задача (26) се осъществява в два етапа:

- Етап Е1. Предварително изследване на задачи (29) и (30). Определяне на компонентите на векторите F^* , F^{**} и F^+ .
- Етап Е2. Решаване на задачи (P1), (P2) и (P3).

Изчислителната технология в етапи Е1 и Е2 се основава на пряк метод за глобална параметрична оптимизация [3]. Този подход е използван при решаването на аналогични на разгледаните тук екстремални задачи в [2] и [4].

5. Пример

Задачата (26) е решена за случая на проектиране на едностъпална двустепенна скоростна кутия (фиг. 1) при следните данни: $a_0 = 65$ mm; $u_{01} = 1.41$; $u_{02} = 0.96$; $\lambda_1 = 0.35$; $\lambda_2 = 0.65$; $s_0 = 0.3$; $\varepsilon_{\infty} = 1.2$; $P = 26$ kW; $n = 3000$ min⁻¹.

При решаването на задачите (P1) и (P2) е използвана стратегия на постепенно съкращаване на параметричната област и усилване на критериалните ограничения [4]. Оптималните решения $\{q_1^\#, F_v(q_1^\#), v \in N_1\}$ и $\{q_2^\#, F_v(q_2^\#), v \in N_1\}$ на тези задачи са определени при начални гранични стойности $q_1^- \equiv q_2^- = (1, 10, 0.8, 0.2, -0.5, 1)$ и $q_1^+ \equiv q_2^+ = (4, 35, 1.25, 0.35, 1, 1.4)$ на интервалите на изменение на управляващите параметри от всяка степен, като първите елементи на всеки вектор имат размерност mm, вторите – deg, а останалите величини са безразмерни.

Резултатите за F_v^* , F_v^{**} , F_v^+ и $F_v(q_i^\#)$, $v \in \{1, \dots, 8\}$, $i \in I$ от изпълнението на етапите Е1 и Е2 са представени в Таблица 1. Получените еднозначни компромисни решения за всяка от двете степени на кутията са:

$$q_1^\# = (1.360, 14.954, 1.212, 0.301, 0.951, 1.293), \quad w_1^\# = (-0.0704, 39, 55);$$

$$q_2^\# = (1.303, 11.665, 1.090, 0.205, 0.499, 1.07), \quad w_2^\# = (0.543, 50, 48).$$

Те са определени за следните гранични стойности: $q_1^- = (1.3, 13.7, 1.14, 0.2, 0.6, 1.2)$; $q_1^+ = (1.5, 17.2, 1.22, 0.32, 1, 1.32)$; $q_2^- = (1.2, 10.9, 1, 0.2, 0.4, 1)$; $q_2^+ = (1.35, 12.3, 1.1, 0.3, 0.5, 1.1)$.

Посочените в Таблица 1 стойности на частните критерии $F_v(q_i^\#)$, $v \in N_1$, $i \in I$ съответстват на компромисни нива с "напрегнатост" $\eta_1 = (1.222, 153.243, 263.001, 3.128, 224.783, 184.569, 79.044, 163.583)$ и $\eta_2 = (1.000, 92.705, 119.505, 3.013, 79.018, 90.696, 68.453, 48.248)$. Намерените компромисни решения са в области със спокоен режим на напрегнатост за нивата на критериите F_1 и F_4 . Компромисната ситуация за останалите критерии обаче може да се окачестви като "напрегната" и за двете задачи. Най-силно тя е изразена за частния критерий F_3 .

В процеса на оптимизация се получава информация за ефективността на сондирането и трудността на решаваната оптимизационна задача чрез отношението $\gamma = 10^2 N_0 / N$ на броя на пробните точки, принадлежащи съответно на допустимата параметрична и на изходната многомерна паралелепипедна област.

За задачите (P1), (P2) тези области са Q_{0i} и $\Pi_i := \{q_i \in E^6: q_i^- \leq q_i \leq q_i^+\}$, $i \in I$, а за (P3) – H_0 и $\Pi := \{h \in E^8: h^- \leq h \leq h^+\}$.

Таблица 1. Резултати от етапите E1 и E2

v	Задача (P1)				Задача (P2)				Дименсия
	F_v^*	F_v^{**}	F_v^+	$F_v(q_1^\#)$	F_v^*	F_v^{**}	F_v^+	$F_v(q_2^\#)$	
1	0.018	1.950	0.1	0.018	0	1.961	0.1	0	%
2	9.382	34.17	18.3	18.18	8.377	34.34	16	15.83	deg
3	27.80	82.43	38.4	38.25	27.08	100.4	47	46.58	-
4	0.006	226.7	0.1	0.068	0.001	134.4	0.1	0.067	%
5	2.990	5.404	4.0	3.982	3.429	6.243	3.8	3.752	kg
6	387.1	1200	451.5	449.1	368.5	1195	453	448.0	MPa
7	32.90	226.8	53.5	52.82	23.92	152.7	50.5	49.76	MPa
8	35.38	253.2	62	61.62	24.47	182.6	50.5	49.54	MPa

В последната фаза на търсене на оптималното решение на задачите (P1) и (P2) показателят γ е съответно $\gamma_1 = 0.0014\%$ и $\gamma_2 = 0.0076\%$. Степенната параметрична област и ниската стойност на γ характеризират разглежданите задачи като трудни [8].

Оптималното решение

$$h^\# = (74.48, 633.17, 61.62, 449.10, 88.72, 798.73, 92.01, 832.01) \text{ MPa};$$

$$F(h^\#) = (0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 0, 14.7) \%$$

на задачата (P3) е получено в параметрична област с начални граници $h^- = (52.82, 449.1, 61.62, 449.1, 49.76, 448.0, 49.54, 448.0) \text{ MPa}$, $h^+ = (700, 1350, 700, 1350, 700, 1350, 700, 1350) \text{ MPa}$ и отслабени критериални ограничения $\{F_{vi}^+ = 90 \%, v \in N_2, i \in I, F_{13}^+ \equiv F_{14}^+ = 90\%\}$. Този резултат разкрива възможност за практически изравняване на жизнените цикли на всички зъбни колела на скоростната кутия. Стойността на показателя γ в този случай е $\gamma_3 = 0.107\%$.

Критериите (21) и (22) са силно противоречиви. Например, решението на задачата (P3) при критериални ограничения $\{F_{vi}^+ = 50 \%, v \in N_2, i \in I, F_{13}^+ = 50\%, F_{14}^+ = 5\%\}$ е

$$h^\# = (59.51, 493.65, 61.62, 449.10, 62.22, 502.98, 64.53, 523.93) \text{ MPa};$$

$$F(h^\#) = (2.47, 0, 11.37, 11.37, 28.26, 0, 25.16, 0, 32.94, 3.09) \%$$

Проведеното числено изследване показва, че използваната декомпозиция поражда съществено по-прости екстремални задачи.

Литература

1. Cheshankov, B.I., B.G. Belnikolovski and I.N. Jordanov (1997) "Multicriteria Optimization of a Mashine Aggregate with Single Stage Spur Gears", *Proceedings of the 1st International Conference on Control of Oscillations and Chaos*, St. Petersburg, Russia, Sec. A, pp. 267-270.
2. Cheshankov, B.I., P.A. Koev and V.G. Vitliemov. (2000) "Multicriteria Optimization of a Spur Gear Pair in a Geometrical Aspect". *14th International Conference on Systems Engineering*, Coventry, England, Vol. 1, pp.98-1013.
3. Cheshankov, B.I., V.G. Vitliemov and P.A. Koev, (2000) "Multicriteria Parameter Synthesis of Mechanical Systems. Part 1: Optimization Approach", *Mechanics of Mashines*, BulKToMM, vol.8 (32), No. 4, pp. 97-102, (in Bulg.).
4. Cheshankov, B.I., P.A. Koev, V.G. Vitliemov, S.D. Antonov. (2001) "Multicriteria Design of a Spur Gear Pair". *Proceedings of the 14th International Conference on Systems Science*. Wrozlav, Poland, Vol. 3, pp. 137-144.
5. Miettinen, K.M. (1999) "Nonlinear Multiobjective Optimization", Kluwer, Academic Publishers, Boston.
6. Missoum, S. P. Hernandez, Z. Guerdal and J. Guillot (1999) "Optimization of a Gearbox using Mathematical Programming and Genetic Algorithms". *ISSMO, Proceedings of 3rd WCSMO*, New York, 5 pp.
7. Papalambros, P.Y. and N.F. Michelena (2000) "Trends and Challenges in System Design Optimization", *Proceedings of the International Workshop on Multidisciplinary Design Optimization*, Pretoria, S. Africa, August 7-10, 15 pp.
8. Statnikov, R.B. (1999) "Multicriteria Design: Optimization and Identification". Kluwer Academic, Dordrecht.
9. Voronin, A.N. (1992) "Multicriteria Synthesis of Dynamic Systems", Naukova Dumka, Kiev (in Russ.).